



### Control 6

**P1.** Considere las estructuras algebraicas  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ , con la suma y producto usuales, y  $(\mathbb{Z}, \oplus, \odot)$ , en que  $\oplus$  y  $\odot$  se definen por

$$\begin{aligned}\forall a, b \in \mathbb{Z}, \quad a \oplus b &= a + b + 1 \\ a \odot b &= a + b + ab\end{aligned}$$

- (i) (1 pto.) Encuentre el neutro para  $\odot$ .  
(ii) (2 ptos.) Demuestre que existe  $f$  tal que

$$\begin{aligned}f : (\mathbb{Z}, +) &\rightarrow (\mathbb{Z}, \oplus) \text{ es isomorfismo} \\ \text{y } f : (\mathbb{Z}, \cdot) &\rightarrow (\mathbb{Z}, \odot) \text{ es isomorfismo,}\end{aligned}$$

mostrando explícitamente  $f$  y verificando que cumple lo pedido.

*Indicación:* Si  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $n > 0$ , escríbalo como  $n = \underbrace{1 + 1 + \cdots + 1}_{n \text{ veces}}$ .

- (iii) (2 ptos.) Demuestre que  $(\mathbb{Z}, \oplus, \odot)$  es anillo conmutativo con unidad.  
(iv) (1 pto.) Encuentre  $b \in \mathbb{Z}$ , distinto del neutro para  $\odot$  (encontrado en (i)) que sea invertible con respecto a  $\odot$ .

02 de junio de 2007